

## Matematička analiza 1 - 5. auditorna vježba - 16.10.2023.

**Zadatak 1** Odredite prirodno područje definicije funkcije:

(a)  $f(x) = \ln(1 - |x^2 - 3|)$ ,

(b)  $f(x) = \sqrt{\arcsin\left(\frac{x-2}{2x+3}\right)}$ .

**Zadatak 2**

(a) Zadana je funkcija  $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2 + 3 \sin(2x)$ . Odredite sliku funkcije  $f$ . Ima li funkcija  $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \text{Im}(f)$  inverz? Obrazložite!

(b) Zadana je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \text{ch}(x)$ . Odredite sliku funkcije  $f$ . Ima li funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \text{Im}(f)$  inverz? Obrazložite!

**Zadatak 3** Funkcija  $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  zadana je formulom  $f(x) = \frac{1}{2 - \sin(x)}$ .

(a) Dokažite da je  $f$  injekcija.

(b) Dokažite da je  $f$  strogo rastuća.

(c) Odredite  $f\left(\left[0, \frac{\pi}{2}\right)\right)$ .

(d) Za funkciju  $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \text{Im}(f)$  odredite  $f^{-1}$  i  $\mathcal{D}(f^{-1})$  ako postoji.

**Zadatak 4** Neka je funkcija  $f$  zadana s  $f(x) = A \sin(bx + c) + d$ . Odredite  $A > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c$  i  $d$  takve da  $f$  zadovoljava sljedeće uvjete:

(i)  $\text{Im}(f) = [0, 6]$ ,

(ii)  $f$  je periodična s temeljnim periodom  $\pi$ ,

(iii)  $f$  je parna.